JMat UFV

N°7 **Versão on-line ISSN:** 2675-987X

6 de Julho de 2021 || 17:27h

International Mathematics Days

Promovido pelos Departamentos e Programas de Pós-Graduação em Matemática das Universidades Federais de Viçosa (UFV), Juiz de Fora (UFJF) e Itajubá (UNIFEI), os eventos foram realizados com sucesso na forma online (devido á situação da pandemia) em meses 10/2020 e 05/2021. Os coordenadores destas ediços foram os professores P. Mehdipour, A. C. Junior (UFV), C. M. Jesus (UFJF) e F. P. Micena (UNIFEI). Contamos com renomados pesquisadores da USP, UNICAMP, UFSCAR, UNB do Brasil, UV, PVA e UGR da Espanha, GU-Irã, CIMFAV-Chile, UCUDAL-Uruguay e Loyola-USA. Agradecemos a colaboração de todos.

Edir J.F. Leite

M. S. Alves

R.W.C.Faria

A.L.A. Araujo

Principal curves to nonlocal Lane–Emden systems and related maximum principles,

Edir J. F. Leite e Marcos Montenegro; *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*, 2020. DOI [*Classif. CAPES (provisório): A1*]

Stability of non-classical thermoelasticity mixture problems,

M. S. Alves; R. N. Monteiro; *Communications on Pure and Applied Analysis*, 2020. DOI [*Classif. CAPES (provisório): A2*]

Existence of solution and asymptotic behavior for a class of parabolic equations,

A. L. A. ARAUJO; M. S. MONTENEGRO; *Communications on Pure and Applied Analysis*, 2021. DOI [*Classif. CAPES (provisório): A2*]

Raciocínio proporcional na matemática escolar,

R. W. Sch. de C. Faria; M. V. Maltempi, *Revista Educação em Questão*, 2020. DOI [*Classif. CAPES (provisório): A2*].

On the family of cubic parabolic polynomials,

A. M. Alves and M. Salarinoghabi; *Discrete & Continuous Dynamical Systems - B*, 2021. DOI [*Classif. CAPES (provisório): A3*]

Foliations by curves on threefolds,

A. Cavalcante, M. Jardim, D. Santiago; *Mathematische Nachrichten*, 2020. DOI [*Classif. CAPES (provisório): A3*]

TÓPICOS PRINCIPAIS

-GRANDES MATEMÁTICOS p. 2

-50 ANOS DO DMA p. 3

-ENTREVISTA COM PROFª: Catarina Mendes de Jesus p. 5

-DISSERTAÇÕES p. 6

-DESAFIO MATEMÁTICO
-NOTÍCIAS p. 8

COLABORADORES:
***Sara Silvério**
***Ígor S. Reis**

JMat UFV

EDITORES
Pouya Mehdipour
André Junqueira da S. Corrêa
http://www.dma.ufv.br/jmat/

Sebastião Marcos Antunes Firmo 1948-2020

Sebastião M. A. Firmo (Saponga)

Graduado em Física pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Rio Claro, Sebastião Firmo migrou para a Matemática durante o mestrado (1976) e doutorado (1984), sob a orientação dos professores Nathan Moreira dos Santos e Paul Alexander Schweitzer, respectivamente, ambos cursados na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Lecionava na Universidade Federal Fluminense (UFF) desde 1992 e tinha como foco de pesquisa principalmente a dinâmica topológica e ações de grupos. Saponga, como era conhecido, era coordenador do Programa de Pós-Graduação PROFMAT- UFF e pesquisava nas áreas de Topologia Diferencial e Sistemas Dinâmicos. Saponga relata em seu Memorial para acesso à classe de Professor Titular (2015) na UFF que na graduação buscava lecionar, salvo algumas poucas exceções, para alunos da Matemática e que, nesse contexto, sempre fez questão de atuar nos primeiros cursos do Ciclo Básico da graduação em Matemática. O objetivo dele era, com isso, poder incentivar e preparar os alunos mais interessados na Matemática para prosseguir seus estudos num programa de mestrado e, particularmente, no mestrado em Matemática do IME - UFF.

Firmo participou da comissão que estruturou o PROFMAT desde o seu início, no segundo semestre de 2010. Além disso, ele contribuiu com a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), participando da confecção das provas, em seus três níveis, nas primeiras edições.

Ele participou de diversas bancas de dissertações de mestrado e doutorado e em bancas de concursos públicos da UFF e de outras instituições brasileiras, além de diversas comissões internas da UFF no decorrer de seus 28 anos de trabalho prestados a essa instituição.

Paul Alexander Schweitzer relata que Saponga, no doutorado, era um rapaz reservado e sério e, também, muito dedicado e um excelente trabalhador. Firmo pesquisou sobre Teoria das Folheações, de 1984 à 2001, e sobre Dinâmica Topológica, de 2001 à 2015, obtendo diversos e importantes resultados nessas áreas. "Interagi bastante com o Saponga ao longo dos anos, sobretudo no contexto do Workshop de Topologia e Sistemas Dinâmicos que ele teve a iniciativa de organizar no IME e, testemunhei os esforços, muito exitosos, que ele fez para agregar no IME-UFF um grupo de Sistemas Dinâmicos de alta qualidade. Vamos sentir muito a falta dele", comentou o diretor-geral do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Marcelo Viana. Sebastião Firmo faleceu em novembro de 2020, vítima da Covid-19.

Roberto Callejas Bedregal 1959-2021

Roberto Callejas Bedregal

Licenciado em Matemática pela Universidad de Valparaiso - Chile, em 1982, mestre em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPB), em 1985, doutor em Matemática pelo Massachussetts Institute of Technology – USA, em 1990, e com três pós-doutorados, Roberto Callejas Bedregal foi um grande nome na atuação profissional de professores e pesquisadores de Matemática no Brasil. Roberto atuou como professor do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza, da UFPB, desde 1995. Bedregal foi um grande profissional em sua área, atuava no programa de Pós-graduação em Matemática da UFPB, no programa associado de Pós-Graduação em Matemática UFPB/UFCG, e também era pesquisador do CNPq, tendo publicado diversos artigos e trabalhos em sua área de atuação: Geometria e Topologia, com especialidade em Teoria das Singularidades e Teoria das Catástrofes. Roberto Callejas Bedegral foi, sem dúvidas, um grande matemático e seu nome será sempre lembrado. Trazemos nossa lembrança e prestamos nosso sentimento e solidariedade à família e a todos os entes queridos de Roberto. Com certeza é uma grande perda e lamentamos bastante o falecimento do professor que, em decorrência de complicações de Covid-19, veio a óbito aos 61 anos em 06/04/21.

Palavras do Prof. Bruno H. C. Ribeiro, Chefe do DM-UFPB

O Departamento de Matemática/CCEN da UFPB expressa os mais puros sentimentos de pesar e agradecimento pela sua dedicação ao ensino e à pesquisa. Roberto Bedregal se dizia chileno-brasileiro, sua alegria e forma leve de encarar a vida são marcas que ficarão em nossas memórias.

O DMA-UFV expressa seus sentimentos pelo falecimento dos Professores Saponga e Bedregal. Que descansem em paz!

50 Anos de Aniversário do DMA

DMA-UFV

No mês de abril de 2021, o curso de Matemática na UFV completou 50 anos de sua autorização para a formação de profissionais da área. Pra comemorar essa data especial, entrevistamos profissionais que fizeram e fazem parte dessa bela e grande história. (A versão completa das entrevistas encontra-se no link 50 Anos do DMA no nosso site).

Entrevista com a Profª. Marinês Guerreiro:

1) O que a senhora pode nos contar sobre a história do Departamento de Matemática da UFV e em qual ano a senhora ingressou, seja como aluna ou como professora, no DMA?

Ingressei no DMA em agosto de 1991, como docente, quando ainda eram integrados os docentes de Matemática, Estatística e Informática todos num mesmo Departamento. Era um ambiente muito amistoso. Os professores mais antigos eram, em grande parte, formados em Agronomia e com pós-graduação em alguma área mais "matemática", alguns eram ex-alunos das primeiras turmas de formados em Matemática na UFV, como o professor Antônio José Maciel e o saudoso professor Braz Moura Freitas. Os professores Olímpio, Paulo Tadeu e Marcio Dantas já tinham doutorado em Matemática. A professora Margareth estava cursando seu doutorado e só a conheci depois que retornei do meu doutorado em 1998. Muitos jovens professores ingressaram no corpo docente ainda sem mestrado e foi necessário um esforço coletivo para a qualificação dos docentes no início deste milênio.

2) Na opinião da senhora quais são os pontos fracos e fortes do DMA?

Um ponto forte hoje é que praticamente todos os docentes são doutores e plenamente capazes de atuar em ensino, pesquisa e extensão, dentro de suas aptidões. Um ponto fraco é a falta de objetivos comuns que motivem a todos. A falta de organização das questões voltadas para o ensino ainda são um fato causador de conflitos que poderiam ser evitados. Ainda é necessário um empenho maior, individual e coletivo, para a captação de recursos para a pós-graduação, diante dos novos desafios propostos pelas agências de fomento, mas já há um movimento neste sentido sendo liderado pela Coordenação da Pós- Graduação.

3) Como a senhora vê o crescimento do DMA até o presente momento e o que pensa sobre o futuro do curso de Matemática na UFV?

O DMA cresceu em número de docentes, no entanto é necessário que este crescimento reflita em aumento do número de projetos de qualidade em todas as áreas (ensino, pesquisa e extensão). Atualmente o corpo docente do DMA é composto, em sua maioria, por jovens professores que enfrentam também o desafio da maternidade/paternidade em suas vidas pessoais, além das exigências profissionais. Conciliar todas essas tarefas é um grande desafio para todos. A pós-graduação vem se firmando com uma perspectiva de ampliação para o doutorado e isto será um diferencial para a respeitabilidade do DMA dentro da UFV. Uma melhor valorização das atividades de ensino e da ampliação das atividades de extensão, que será necessária diante da perspectiva da curricularização da extensão, serão cruciais para o bom ordenamento das atividades nas quais o DMA está envolvido no contexto institucional.

Entrevista com Prof. Amarísio da Silva Araújo:

1) O que o senhor pode nos contar sobre a história do Departamento de Matemática da UFV e em qual ano o senhor ingressou, seja como aluno ou como professor, no DMA?

De início, eu devo dizer que já tenho 36 anos de envolvimento com a história de 52 anos do DMA (criado em 1969) e com a história de 50 anos do Curso de Matemática da UFV (autorizado em 1971). Ingressei como aluno do Bacharelado em Matemática da UFV em 1985. Naquele tempo, o curso era de Bacharelado em Matemática, com a possibilidade, a partir do cumprimento de algumas disciplinas da Educação, da obtenção de uma Licenciatura em Matemática. Formei-me em março de 1990, sendo diplomado como Bacharel e Licenciado em Matemática. Desde o meu ingresso como aluno na UFV, tive bastante relação com o DMA. Fui bolsista do departamento (atividade obrigatória para quem se beneficiava de moradia e alimentação gratuitas) de março de 1985 a março de 1986, num período em que trabalhei sob a orientação do Professor Francisco Rodrigues de Oliveira nas seguintes atividades: no primeiro semestre de 1985, trabalhei na revisão de exercícios do Livro Texto de Cálculo I usado na época; no segundo semestre, trabalhei como monitor bolsista de Cálculo I, atuando, inclusive, em sala de aula. Fui também monitor de Álgebra Linear, de 1986 a 1988, e bolsista de Iniciação Científica de março a dezembro de 1989, sob a orientação do Professor Olímpio Hiroshi Miyagaki. Por diversas vezes fui presidente do Centro Acadêmico de Matemática da UFV e representante dos estudantes de Matemática no Colegiado do DMA. Ingressei no DMA como professor em julho de 1992, depois de concluir o meu Mestrado em Matemática na Universidade de Brasília (UnB), tendo trabalhado durante seis meses como professor substituto, até que saísse a homologação do meu concurso para professor efetivo, o que ocorreu em fevereiro de 1993. Desde então, tenho atuado essencialmente nas atividades de ensino, mas também em vários projetos de extensão, e, mais recentemente, a partir do meu doutoramento em 2014, em alguns projetos de pesquisa. Participei das mais diversas comissões institucionais da UFV, internas e externas ao DMA.

2) Na opinião do senhor quais são os pontos fracos e fortes do DMA?

Vou mencionar aqui algo que acredito ser um ponto fraco do DMA, mas ressaltando que se trata, penso eu, de uma dificuldade inerente a todo departamento de Matemática de qual-

quer instituição: a falta de uma maior (ou de alguma) interação entre os pesquisadores do DMA e outros pesquisadores da UFV, até mesmo os de áreas afins. Ou seja, creio que há um distanciamento do DMA dos demais departamentos, sendo que vários deles podem estar (e quase sempre estão) conduzindo pesquisas com as quais os pesquisadores do DMA poderiam contribuir. Sobre o ponto forte, vou mencionar de maneira geral o grande empenho dos professores do DMA, ao longo desses 50 anos de história, em dar o melhor de si para a formação dos alunos do curso de Matemática, esforçando-se ao máximo para criar, conduzir, coordenar e aprimorar os mais diversos projetos institucionais, fazendo com que o DMA seja reconhecido não só como um "prestador de serviços" para os demais cursos da UFV, mas, sobretudo, pela formação qualificada de seus alunos nos níveis de graduação e pós-graduação.

3) Como o senhor vê o crescimento do departamento de matemática até o presente momento e o que pensa sobre o futuro do curso de matemática na UFV?
Considerando que comecei a fazer parte da história do DMA há 36 anos, sou testemunha viva de grande parte da evolução deste departamento. De um departamento basicamente prestador de serviços no seu início de criação, com relativamente poucos professores com graduação em Matemática, caminhamos para um departamento altamente qualificado, com aproximadamente 40 professores efetivos, e quase na sua totalidade, de doutores em Matemática. São inúmeros os ex-alunos do Curso de Matemática da UFV que seguiram com sucesso seus estudos de pós-graduação nas mais renomadas instituições brasileiras e até mesmo internacionais, sendo que vários deles se tornaram professores/pesquisadores em algumas das universidades federais brasileiras. Já temos um Mestrado em Matemática com mais de dez anos de funcionamento, responsável pela formação de alto nível de vários mestres. Já estamos adiantados na criação de um Curso de Doutorado em Matemática. O futuro do DMA é, portanto, bastante auspicioso, e penso que todos os envolvidos atualmente na construção deste futuro devem ter em mente que houve um passado, que houve, acima de tudo, um primeiro tijolo ao qual foram sendo colocados outros e outros tijolos, com dificuldades, com receios, com imprecisões, com vacilos, mas, quase sempre com algum sacrifício e amor, até chegar ao que tempos hoje, um edifício ainda e sempre em construção, mas com a solidez que nos permite vislumbrar crescer ainda mais.

Entrevista com Prof. Jhone Caldeira, UFG/Goiânia

1) Em qual período o senhor foi estudante de Matemática na UFV? Antes disso, o senhor teve outras experiências estudando em outros lugares?
Fui aluno no DMA-UFV no período de 1998 a 2002, onde cursei o Bacharelado e a Licenciatura em 09 semestres letivos. Minha experiência como estudante anterior à Universidade foi a Educação Básica Fundamental e o Ensino Médio Técnico em Informática Industrial.

2) Na sua opinião, quais seriam os pontos fortes e fracos do DMA durante esses anos?
Em minha opinião, os pontos fortes do DMA-UFV àquela época foram: i) a seriedade dos professores, que buscavam revelar a Matemática com seu rigor natural, buscando oferecer uma formação bastante sólida; ii) as oportunidades de complementação de formação oferecidas aos alunos: era possível atuar em Iniciação Científica, projetos de Extensão, Monitoria, Tutoria; iii) no período em que eu era aluno, o DMA ganhou novo espaço físico, com boas salas de aula e um excelente Laboratório de Informática, este muito moderno para a época e que, inclusive, era campo de oportunidades de bolsas a estudantes, em que eram oferecidas ricas experiências de aprendizagem. Com relação aos pontos fracos, penso que a interação entre os professores e os alunos poderia ser melhor, pois sentia certo distanciamento entre os mesmos. Também, em alguns casos, os critérios de avaliação eram pouco claros e as formas de avaliação às vezes não pareciam muito coerentes. Esses temas eram frequentes nas conversas entre estudantes.

3) O senhor tem alguma memória, alguma lembrança especial para nos contar?
Tenho muitas lembranças especiais. Considero-me privilegiado pelas oportunidades que galguei durante meu tempo de estudante na UFV. Gostaria de registar algumas: i) a constante orientação e todo o apoio recebido pela Profª. Marinês Guerreiro que, dentre tantas contribuições feitas à minha formação, envolveu um grupo de estudantes para a realização de um Encontro Regional da Sociedade Brasileira de Matemática; ii) alguns momentos de confraternização, em que alguns professores se socializavam conosco, Marinês, Lana, Ruth, Olímpio, Lucy, Margareth... Saudades dessa "turma"; iii) certamente o dia de minha formatura, pela conclusão das graduações e pela láurea acadêmica, sendo contemplado com a Medalha Presidente Bernardes.

Entrevista com Profª. Marli Duffles Donato Moreira:

1- Desde quando a senhora atua no DMA? Antes disso, a senhora teve outras experiências trabalhando em outros lugares?
Desde maio de 2017. Tenho apenas 4 anos de UFV. Comecei a trabalhar quando ainda cursava a minha 1ª graduação, Engenharia de Produção na Universidade Federal do Rio de Janeiro, em 1981, na área administrativa do Banco do Brasil. Depois que me formei na UFRJ, comecei a trabalhar como Engenheira de Produção numa empresa do ramo eletrônico. Já tive, também, experiência no comércio. Mas o campo da Educação me atraiu! Depois de completar o Bacharelado e a Licenciatura na Universidade Santa Úrsula (1999), fiz o mestrado na UFRJ (2010) e o doutorado na Universidade do Porto, Portugal (2016) na área do Ensino de Matemática. Trabalhei como professora de Matemática em escolas públicas e particulares da Educação Básica e do Ensino Superior. Uma das escolas em que mais aprendi foi o Colégio de Aplicação da UFRJ.

2- Na sua opinião, quais seriam os pontos fortes e fracos do DMA durante esses anos?
O DMA tem dupla função na UFV: atua como "prestador de serviço" aos cursos de graduação da UFV e forma profissionais em seus dois cursos de graduação em Matemática (Bacharelado e Licenciatura). O ponto forte do DMA é participar ativamente na

formação de tantos profissionais. O ponto fraco é que temos um número muito alto de evasão e reprovação nas disciplinas que ministramos. Esse problema não é exclusivo do DMA, mas é uma questão que precisa de resposta eficiente e eficaz.

3- A senhora fez parte da comissão organizadora do evento em comemoração aos "50 anos da matemática na UFV" com a turma de MAT490 (Oficinas de Matemática) e com o apoio do CAMAT. Poderia fazer um breve resumo do evento, falar um pouco sobre a importância dele e em como impactou os alunos?
O evento "50 anos de Matemática na UFV" foi planejado, organizado, desenvolvido e avaliado pelos alunos/as da MAT490 (Oficinas de Matemática), com a contribuição do CAMAT, para atender aos objetivos da disciplina e em comemoração aos 50 anos do curso de Matemática no DMA/UFV. É muito importante fazermos memória do caminho percorrido. A UFV tem mais de 90 anos de existência e já formou neste tempo mais de 50.000 profissionais. O DMA, nestes 50 anos de vida, formou quase 500 profissionais (Bacharelado e Licenciatura) para a sociedade brasileira. Assim sendo, o DMA atua em consonância com o objetivo da UFV de universalização da educação superior pública de qualidade formando cidadãos com visão técnica, científica e humanística, capazes de enfrentar desafios e atender às demandas da sociedade (Projeto Pedagógico do Curso de Matemática/Licenciatura, 2018). O evento "50 anos de Matemática na UFV" também discutiu a Matemática numa perspectiva interdisciplinar, dialogando com temas importantes da formação universitária, tais como, Sustentabilidade e Meio Ambiente, Relações Étnico-raciais, Educação em Direitos Humanos e Ética profissional. Além disso, as oficinas ministradas pelos estudantes foram um sucesso de público, contando com professores e alunos de MG e outros estados.(Comemoração 50 Anos do DMA)

Profª. Catarina Mendes de Jesus (UFJF)

Profª. Catarina Mendes, possui Graduação em Matemática pela UFV (1993), o Mestrado em Matemática na UFSCar (1996) e o Doutorado em Matemática na PUC-Rio e Universidade de Valencia – ES. Atualmente é Professora Titular do DM-UFJF. Sua área de pesquisa é Geometria e Topologia.

(1) ***Onde trabalha atualmente e se é a primeira universidade que começou a trabalhar.*** Trabalhei na USP–São Carlos (professora substituta em 1996), na Unimontes (Montes Claros e São Francisco de 2002 a 2004) e na UFV de 2004 a 2015. Desde 2020 estou trabalhando na UFJF.

(2) ***Durante esses anos, que funções acadêmicas você assumiu? Quanto tempo em cada uma delas?***

Além da graduação, ministrei aulas para o mestrado, orientei vários estudantes de IC e de mestrado e um de doutorado. Participei das comissões coordenadoras da graduação e da pós-graduação.

(3) ***Qual sua área de pesquisa?***

Geometria/Topologia, com ênfase em singularidades.

(4) ***Qual dos seus projetos de pesquisa você considera mais importante?***

Grafos associado às aplicações entre variedades, que envolve diversas aplicações e diversas variedades.

(5) ***A universidade que você trabalha tem um programa de pós-graduação em matemática? Existe um grupo de pesquisa em sua área?***

Existem bons pesquisadores no Departamento de Matemática, que ainda não tive o prazer de conhecê-los pessoalmente, devido à pandemia. Estou começando a formar um pequeno grupo, na minha área de pesquisa.

(6) ***Como podemos criar atrativos para melhorar o nível de pesquisa em universidades?***

Incentivando a formação de grupos de pesquisa e a interação destes com grupos de outros centros. A pesquisa em Matemática muitas vezes exige uma concentração por período mais longo. Por isso se deve incentivar os estágios de pesquisa de curta e longa duração.

(7) ***Uma breve explicação sobre sua área de pesquisa, de 5 à 10 linhas, listando os principais focos e possíveis aplicações.***

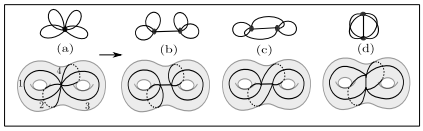
A principal linha de pesquisa é o estudo de aplicações estáveis entre superfícies fechadas, do ponto de vista global, e teve início no meu doutorado. Este estudo foi estendido depois para 3-variedades. Em todos os casos estudamos as singularidades locais e no estudo global, associamos grafos ao domínio da aplicação, nos quais os vértices do grafo correspondem às regiões regulares e as arestas correspondem às componentes singulares. Além do grafo ser um invariante das aplicações, ele atua como uma ferramenta importante na construção de exemplos destas aplicações.

Frases de Grandes Matemáticos:

Na maior parte das ciências, uma geração põe abaixo o que a outra construiu,
e o que a outra estabeleceu a outra desfaz.
Somente na Matemática é que cada geração constrói
um novo andar sobre a antiga estrutura.

-Hermann Hankel

Extensão de grafos sobre superfícies



Extensões do grafo sobre o Bitoro.

Estudante: *Hoechst Cornélio Da Silva*
Orientadora: *Profª. Dra. Catarina Mendes de Jesus*
Ano de Obtenção do título: 2020

Contextualização

A Teoria de Grafos está relacionada com vários ramos da Matemática, tais como teoria de grupos, teoria de matrizes, análise numérica, topologia, combinatória e aplicações entre variedades, vide [Ch]. Uma aplicação em que estamos interessados é o emparelhamento de arestas de polígonos regulares, vide [JN].

Definition 1. A aplicação quociente $\phi : \mathcal{P}_n \longrightarrow M_g$ que identifica pares de arestas do polígono $\mathcal{P}_n$ é chamada de **emparelhamento de arestas do polígono regular** $\mathcal{P}_n$. Ao grafo, sobre a superfície orientada, proveniente do emparelhamento de arestas de um polígono regular chamamos de **grafo de emparelhamento de arestas**.

Em [JN] *Jørgensen e Näätänen* demonstram dois resultados principais:
(i) Existem 5 grafos trivalentes, não equivalentes, mergulhados em uma superfície orientada e fechada de gênero 2 que possuem 6 vértices e 9 arestas e dois ciclos disjuntos.
(ii) Dado um polígono de 18 lados existem exatamente 8 formas de emparelhar as suas arestas, de forma a obter uma superfície orientada e fechada de gênero 2. Isto, indexando uma sequência numérica aos lados do polígono.
Em [JR], *Mendes de Jesus* e *Romero Sánchez* introduziram o conceito de grafos de emparelhamento sobre superfícies orientadas e fechadas de gênero g. Com isso mostram que toda extensão de um grafo de emparelhamento é também um grafo de emparelhamento, fato que expande a forma de trabalhar com os grafos de emparelhamento e permite determinar com maior facilidade esse tipo de grafo. Além disso, permite determinar os grafos de emparelhamento independente de ser $K - regular$ ou não.

Definition 2. Uma aresta $uv \in \mathcal{G}$ será dita *uma extensão do vértice* $w \in \mathcal{G}_1$ sobre a superfície M_g se os vértices $u, v \in \mathcal{G}$ e a aresta uv pode ser obtida por um "estiramento" do vértice w. Neste caso, dizemos que o grafo $\mathcal{G}$ é uma **extensão** do grafo $\mathcal{G}_1$ ou $\mathcal{G}_1$ é uma **contração** do grafo G.

Neste trabalho, que tem [JR] como principal referência, a contribuição central está relacionada com a apresentação de um método para determinar se um dado grafo G com A arestas, mergulhado sobre uma superfície fechada e orientada M, corresponde a algum emparelhamento de arestas de polígono regular $\mathcal{P}$ com $2A$ arestas. Em outras palavras, introduzimos grafos paralelos $\mathcal{Q}$, como bordo de uma vizinhança tubular da imagem do mergulho de G sobre M, para verificar se a imagem de G coincide com a imagem de algum emparelhamento de aresta de $\mathcal{P}$. Além disso, são exibidos todos os grafos de emparelhamento que podem ser retraídos no grafo I_4, sobre o Bitoro. As principais referências deste capítulo são [JR], [JN].

Contribuições e Resultados

Com o objetivo de associar uma palavra ao grafo de emparelhamento, foram introduzidos os conceitos de curva paralela e grafo paralelo. Foram demonstrados resultados relacionando a curva paralela aos grafos de emparelhamento de arestas, tal como o resultado que caracteriza um grafo de emparelhamento a partir do número de componentes conexas da curva paralela.

Definition 3. Seja $\mathcal{G}$ um grafo mergulhado na superfície fechada e orientada de gênero g, M_g. O conjunto de curvas bordo da vizinhança tubular de $\mathcal{G}$, $\nu(\mathcal{G})$, em M_g será chamado de **curvas paralelas** a $\mathcal{G}$ e denotado por $B(G)$.

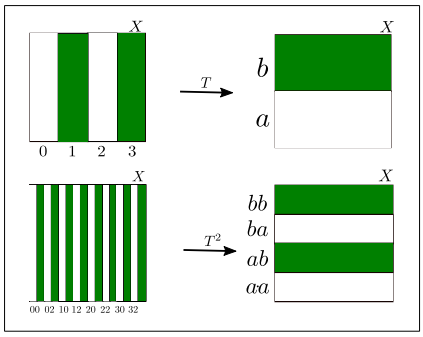
Teorema 1. *Se $\mathcal{G}$ é um grafo de emparelhamento de arestas e $C(\mathcal{G})$ é o número de componentes conexas de $B(G)$, então $C(G) = 1$.*

A curva paralela foi também usada para construir o grafo paralelo. Um grafo auxiliar que pode ser definido de forma mais geral, mas no texto foi construído de modo a, somente, carregar informações a respeito dos grafos de emparelhamento de uma dada superfície M_g. Com as informações que carrega, o grafo paralelo tem o poder de associar, de forma natural, uma palavra a um diagrama de emparelhamento e consequentemente a um grafo de emparelhamento.
Usando a extensão de grafos de emparelhamento e as palavras associadas para distinguir os emparelhamentos, partimos do I_4 (grafo com um vértice e quatro arestas) mergulhado sobre o Bitoro e foi possível concluir que existem 537 formas de mergulhar grafos de emparelhamento com 1, 2, 3, 4, 5, e 6 vértices sobre M_2. Porém, apenas 106 destas formas são distintas, sendo 2 formas com um vértice, 11 formas com dois vértices, 29 formas com três vértices, 36 formas com quatro vértices, 20 formas com cinco vértices e 8 formas com seis vértices. Das 537 formas de mergulhar grafos de emparelhamento sobre o Bitoro, 57 dessas são K-regulares, com $K = 3, 4, 5, 8$. Dessas 57 formas $K - regulares$, apenas 25 são distintas, sendo 2 formas com um vértice, 6 formas com dois vértices, 9 formas com três vértices e 8 formas com seis vértices. ■

Referências:

[JR]- De Jesus, C. M. and Romero, P. D.; **Graphs and closed surfaces associated with a pairing of edges for Regular Polygons.** Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series, 2020.
[Ch]- Chmutov, S.; **Generalized duality for graphs on surfaces and the signed Bollobás–Riordan polynomial.** Journal of Combinatorial Theory, Series B, 2009.
[JN]- Jørgensen, T. and Näätänen, M. **Surfaces of genus 2: generic fundamental polygons.** The Quarterly Journal of Mathematics, 1982.
[SJC]- Silva, H. C.; de Jesus, C. M.; Coêlho, J.R.P. **Grafos de emparelhamento de arestas.** Preprint, 2020.

O baker map 2-por-1



Codificação 2-por-1

Estudante: *Neemias Silva Martins*
Orientadora: *Dra. Pouya Mehdipour*
Coorientador: *Dr. André Junqueira da Silva Corrêa*
Ano de Obteção do título: 2021

Contextualização

A Teoria do Caos é um ramo da Matemática que se concentra no estudo de sistemas dinâmicos, cujos estados aparentemente aleatórios de desordem e irregularidades, são frequentemente governados por leis determinísticas altamente sensíveis às condições iniciais. O comportamento caótico aparece em muitos sistemas naturais, incluindo as redes neurais de cérebro humano, irregularidades nos batimentos cardíacos, mudanças climáticas, etc., e possui aplicações em uma grande variedade de disciplinas. Em 1967, SMALE [S] construiu uma ferradura 1-por-1 que se tornou a marca registrada do caos. Uma das principais ferramentas no estudo da dinâmica caótica é fornecida pela Teoria Ergódica. A Teoria Ergódica estuda os comportamentos estatísticos de sistemas dinâmicos determinísticos.

Uma das maneiras de se estudar o comportamento caótico é por meio da análise de modelos matemáticos caóticos. A transformação conhecida como *baker map* é um objeto dinâmico que fornece um paradigma para o caos determinístico. Este mapa, que é topologicamente conjugado ao mapa da ferradura de Smale, preserva a medida de Lebesgue bidimensional e é rico em propriedades ergódicas, tais como *Fortemente Mixing* e *Mixing Topológico*. Além disso, do ponto de vista físico, um grande número de sistemas governados pelas leis de Newton são conhecidos por se assemelharem à dinâmica do baker map e o mesmo comportamento pode ser visto em processos estocásticos como o lançamento de moeda. Os processos deste tipo são conhecidos como Processos de Bernoulli e na Teoria Ergódica tais transformações são chamadas de transformações de Bernoulli [W].

Contribuições

Em [ML], LAMEI e MEHDIPOUR definiram uma ferradura de Smale n-por-1 e uma transformação denominada *Zip-Shift* que estende o comportamento do mapa de deslocamento (*shift-map*) a transformações localmente invertíveis. Num trabalho em andamento os autores definiram as transformações (m, l)-Bernoulli (LM-Bernoulli) que constituem uma extensão do conceito de transformações do tipo Bernoulli.

Em continuação destes trabalhos, nesta dissertação estudamos a construção e codificação de um *Baker map* 2-por-1, que constitui uma transformação localmente invertível, e estudamos suas propriedades ergódicas e seu comportamento caótico do ponto de vista de caos Devaney. Os teoremas e corolários que mencionaremos a seguir são resultados originais obtidos neste trabalho de mestrado.

Resultados Obtidos

Teorema 1 *A transformação Baker map 2-por-1 é LM-Bernoulli.*

O resultado acima é um dos principais teoremas da dissertação. Mostramos que o *Baker map* 2-por-1 é uma transformação LM-Bernoulli - o que nos permite codificar o *Baker map* 2-por-1 usando a dinâmica simbólica estendida.

Verificamos também o foto que a aplicação Zip-Shift é fortemente mixing e por meio deste fato, mostramos que a propriedade LM-Bernoulli implica em mixing forte.

Teorema 2 *Toda transformação LM-Bernoulli é fortemente mixing.*

Em particular, o *Baker map* 2-por-1 é fortemente mixing e também é uma transformação ergódica- uma vez que mixing forte garante ergodicidade. Nestes resultados, trabalhamos com um conjunto invariante de modo que restrito a tal conjunto o *Baker map* 2-por-1 é uma transformação contínua e, como é fortemente mixing, também topologicamente mixing. Chamamos tal transformação de *Baker map* 2-por-1 $\overline{T}$ e mostramos que o *Baker map* 2-por-1 $\overline{T}$ satisfaz à definição de caos Devaney, ou seja, tal transformação é topologicamente transitiva, possui densidade de pontos periódicos e tem dependência sensível às condições iniciais.

A transitividade topológica é obtida por meio da propriedade de mixing topológico; verificamos a densidade de pontos periódicos por meio do isomorfismo de $\overline{T}$ ao *Zip-Shift* e da densidade de pontos periódicos da aplicação Zip-Shift; para obtermos a sensibilidade às condições iniciais, provamos que, em um espaço métrico infinito, a propriedade de mixing topológico e a densidade de pontos periódicos são suficientes para a dependência sensível às condições iniciais, isto é, mostramos o seguinte teorema.

Teorema 3 *Sejam (X, d) um espaço métrico, X um conjunto infinito e $T : X \to X$ uma aplicação contínua. Se T é topologicamente mixing e $Per(T)$ é denso em X, então T tem dependência sensível às condições iniciais.*

Por fim, concluímos que o *Baker map* 2-por-1 possui comportamento caótico.

Teorema 4 *A transformação Baker map 2-por-1 $\overline{T}$ é caótica.* ■

Referências:

[S]- SMALE, S.; **Differentiable dynamical systems.** Bull. Amer. Math. Soc., Vol. 73, Number 6, p. 747-817, 1967.
[ML1]- MEHDIPOUR, P.; LAMEI, S.; **An n-to-1 Smale Horseshoe**. 2020 (preprint).
[MM]- MEHDIPOUR, P.; MARTINS, N. S. **Encoding an N-to-1 Baker map**. 2021 (preprint).
[W]- WALTERS, P.; **An introduction to Ergodic Theory**. texts in mathematics, Springer-Verlag, 1982.

© **Versão on-line ISSN:** 2675-987X - Created using paperTEX

Desafios Matemáticos

André Junqueira:andre.junqueira@ufv.br

Em junho de 1696, o matemático Johann Bernoulli propôs um notável problema (que veio a ser conhecido como o problema da braquistócrona) que chamou a atenção de toda a comunidade científica da época e que enunciamos agora:

Dados dois pontos A e B no plano, determinar a curva ligando esses pontos de tal modo que uma partícula solta do repouso do ponto mais alto, apenas sob a ação da gravidade, chegará no ponto mais baixo no menor tempo possível.

Cinco soluções foram obtidas por Newton, Jacob Bernoulli, Leibniz e L'Hôpital além do próprio Johann. Esse problema e suas soluções acabaram motivando o matemático Leonhard Euler a desenvolver uma nova teoria, conhecida como Cálculo das Variações, que trata de encontrar curvas que minimizam certas integrais. No caso do Problema da Braquistócrona, a resposta é um arco de ciclóide unindo A e B, curva essa que é obtida por um ponto fixado na roda de uma bicicleta quando essa bicicleta se move e que todos estudantes de Cálculo 2 conhecem muito bem.

Mais recentemente, uma generalização desse problema foi proposto e passamos a descrevê-lo a partir de agora. Suponha que desejamos construir um túnel por baixo da terra conectando duas cidades A e B sobre a Terra. Se desprezarmos o atrito, um trem partindo de A com velocidade zero ganharia velocidade conforme ele caminha em direção ao centro da Terra até começar a desacelerar conforme ele se aproxima da cidade B que será atingida com velocidade zero! Note que não há necessidade de motores, combustível ou freios!! Assim, o problema consiste em determinar o formato do túnel de tal modo que a viagem entre as duas cidades seja feita no menor tempo possível. Mas não tente comprar seu bilhete ainda, pois precisamos superar ainda diversas questões de engenharia para tirar este projeto do papel. De qualquer modo, pelo menos no campo da teoria, podemos elaborar esse túnel e podemos provar que esse túnel será uma Hipociclóide, que é uma curva plana que está contida no plano gerado pelos pontos A, B e pelo centro da Terra. Apenas para termos uma idéia da revolução que esse tipo de túnel pode causar no sistema de transportes: se escolhermos as cidades de Nova Yorque e Los Angeles, então o tempo de viagem nesse túnel será de pouco menos de 30 minutos contra cinco horas de avião!!!

Desafio: Sabendo que o tempo que a partícula leva para ir da origem até o ponto $P = (a\pi, 2a)$(sob a curva $y = y(x)$), com $a > 0$ e o eixo y orientado para baixo, é dado por:

$$\int_0^{a\pi} \sqrt{\frac{1+(y')^2}{2gy}}dx,$$

calcule o tempo de descida pela ciclóide e por uma reta e compare os resultados.

Referências:

[S]- George F. Simmons; Differential Equations with Applications and Historical Notes, DOI.

NOTÍCIAS DO DMA

Ex-aluno do DMA-UFV conquistou prêmio

A tese de doutorado do mineiro Valdir José Pereira Júnior, defendida no IMPA no ano passado, foi eleita pelo instituto carioca como vencedora do prêmio Tese do IMPA e vai representar o instituto no Prêmio Tese da CAPES 2020. Valdir foi estudante de graduação do DMA de 2010 a 2014.

I Reunião Mineira de Matemática

Será realizada entre 15 e 17 de setembro de 2021 a I Reunião de Mineira de Matemática no formato remoto. Esse evento tem como objetivo agregar pesquisadores de matemática do Estado visando um futuro programa de doutorado interinstitucional. Maiores informações em RMM

OBMEP

Depois de ser cancelada em 2020 em virtude de pandemia do novo Coronavirus, se inicia entre 28 de junho e 3 de agosto a primeira fase de 16 edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) que este ano terá um prazo mais dilatato para que todas escolas possam se preparar e oferecer segurança aos alunos.

V Encontro de Ex-Alunos do DMA - Prata da Casa

Ainda em comemoração aos 50 anos do Curso de Matemática da UFV, os preparativos para este evento remoto estão a todo vapor. Guarde a data: 06 a 09 de dezembro de 2021.

Referências:

1- $https://impa.br/noticias/$
2- $https://www.dropbox.com/s/tijh27dkpcm2ka4/MemorialVersaoFinal.pdf?dl=0$
3- $http://www.faperj.br/?id=4121.2.8$
4- $https://www.ufpb.br/ufpb/contents/noticias$

Agradecimento: Agradecemos o apoio dos membros da Comissão do JMat UFV e os estudantes colaboradores.

© **Versão on-line ISSN:** 2675-987X - Created using paperTEX