

### Dia da Matemática II DMA-UFV

O segundo Dia da Matemática foi realizado com successo em 27 de Abril de 2018. O evento foi realizado pelo Programa de Pós-Graduação e pelo Curso de Graduação em Matemática. Tivemos o prazer de receber os professores visitantes Renato Vidal Martins (UFMG) e Isaia Nisoli (UFRJ). Agradecemos a todos os docentes e estudantes participantes.

## \*Residue formulas for logarithmic foliations and applications.

Correa, M.; Machado, D. S., Transactions of the American Mathematical Society, 2018, (Classificação CAPES: A1).

Neste artigo consideramos o problema de fornecer versões do Teorema de Baum-Bott para variedades complexas não-compactas do tipo  $\tilde{X}=X-D,$  com X uma variedade complexa compacta e D um divisor em X. Obtivemos tais versões nos casos em que D tem singularidades do tipo cruzamentos normais. Como aplicação apresentamos uma caracterização de quando uma hipersuperfície lisa, invariante por uma foliação  $\mathcal F$  de dimensão um no  $\mathbb P^n$ , contém todas as singularidades de  $\mathcal F$ .



## \*Max Noether's Theorem for integral curves.

Contiero, A.; Feital, L.; Martins, R. V., Journal of Algebra, 2018, (Classificação CAPES: A1).

## \*A class of parabolic equations driven by the mean curvature flow.

De Araujo, A. L.A.; Montenegro, M.S., Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, 2018, (Classificação CAPES: A2).

## \*Some results on Riccati equations, Floquet theory and applications.

Lemos, A.; Alvez, A. M.; Araujo, A. L. A.; Pedroso, K. M. Journal of Fixed Point Theory and Applications, 2018, (Classificação CAPES: B1).

## \*Stability of a thermoelastic mixture with second sound

Alves, M.; Muñoz Rivera, J.E.; Vera Villagran, O.; Ferreira, M., Mathematics and Mechanics of Solids, 2018, (Classificação CAPES: B1).

### **TÓPICOS PRINCIPAIS**

#### -GRANDES

**MATEMÁTICOS** 

p. 2

#### -ENTREVISTAS:

- \*Marinês Guerreiro
- \*Pouya Mehdipour p. 3

#### -IV SEMAT-UFV

-NOTICIAS p. 5

### -PROJETOS DE PESQUISAS:

- \* Musica e Matemática
- \* Hipótese de Riemann p. 6

#### -DESAFIO MATEMÁTICO p. 8

#### COLABORADORES:

\*Rafael C. Silva

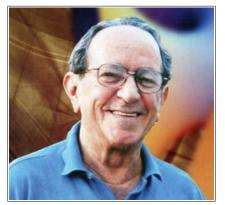
\*Hoechst C. da Silva

### JMat UFV

#### **EDITORES**

### Perda de dois Grandes Matemáticos

Ref: impa.br/page - noticias,



Manfredo Perdigão do Carmo: 1928 a 2018

Manfredo Perdigão do Carmo era um garoto em Maceió quando tirou nota baixa na prova de inglês. O francês já dominava, mas ainda faltava entender a língua inglesa. Ouviu falar de um

certo professor, o melhor da cidade, mas as lições eram caras.

Tratou de conseguir o livro usado pelo mestre. Sempre que havia aula, se postava do lado de fora da casa do docente, na surdina, ouvindo pela varanda o que era ensinado. E assim aprendeu inglês.

Não é pelo talento para línguas, porém, que Manfredo ganhou notoriedade. Pesquisador emérito do IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada), ele é um dos maiores responsáveis pela consolidação da Geometria Diferencial como área de pesquisa no Brasil. Manfredo chegou ao IMPA em 1959, trazido por um amigo de infância, quando o Instituto ainda dava seus primeiros passos. Engenheiro de formação, ele começou ali, como estagiário, a carreira de matemático.

Anos depois, já imerso na área, foi fazer doutorado nos Estados Unidos, na Universidade da Califórnia. Foi orientado pelo chinês Shiing-Shen Chern, uma das maiores referências em Geometria Diferencial do mundo.

De volta ao Brasil, retornou ao IMPA, onde, além da atividade de pesquisa, foi professor. Tinha fama de hipnotizar os estudantes e suas aulas, assim como os livros que publicou, tratavam de forma simples e didática assuntos deveras complexos e abstratos.

Morreu no dia 30 de abril de 2018, no Rio de Janeiro, aos 89 anos, em decorrência de uma parada cardíaca. Deixa a mulher, Leny, com quem passou 52 anos de sua vida. Também ficam os filhos Manfredo Júnior e Cláudia e o neto João.

Ref: www.washingtonpost.com,



Anatole Katok: 1944 à 2018

Anatole Katok, um matemático americano que foi líder na exploração teórica de Sistemas Dinâmicos, um assunto que trata da maneira como aspectos complexos do mundo realincluindo clima, doença e economia mudam e se desenvolvem com o tempo, morreu em 30 de abril, em um centro médico em Danville, PA. Ele tinha 73 anos. As causas foram pneumonia e complicações de uma infecção, disse sua esposa, Svetlana Katok.

Nos últimos anos de sua vida, A. Katok foi diretor do Centro de Dinâmica e Geometria da *Pennsylvania State University*. Antes de ir para a Penn State em 1990, ele lecionou por seis anos no *California Institute of Technology* e de 1978 à 1984 na facul-

dade da Universidade de Maryland. Entre colegas, ele foi saudado por revolucionar o estudo de Sistemas Dinâmicos através de matemática sofisticada. Gregory Margulis, um membro da faculdade de matemática da Universidade de Yale, chamou-o de "um dos gigantes".

Em seu trabalho acadêmico, A. Katok se aventurou em áreas que abraçaram alguns dos aspectos mais intrigantes da Matemática Moderna, incluindo o que tem sido chamado de Teoria do Caos, simbolizado pelo "efeito borboleta".

Houve uma época em que os cientistas achavam que a previsão exata era possível para muitos sistemas naturais importantes no mundo a nossa volta, particularmente aqueles compostos de partículas inanimadas, como as que compõem a atmosfera e governam o clima. A crença era que o perfeito conhecimento do estado do sistema e das regras de interação que prevaleciam entre seus componentes permitiria previsões perfeitas. No entanto, o grau desejado de precisão muitas vezes se mostrou impossível de obter e, às vezes, a evolução de um sistema poderia depender com grande sensibilidade apenas do tipo de informação que não poderia ser obtida com precisão - seu estado em um dado momento. Isso introduziu a idéia do caos, a sugestão de que alguns sistemas (como a atmosfera) dependem tão sensivelmente de suas características iniciais que uma perturbação tão leve quanto a asa a bater de uma borboleta em uma região do sistema pode induzir um evento maior como um furação em outra.

Buscar entender tais sistemas e os mecanismos que causam suas complexidades têm sido um grande empreendimento matemático dos últimos anos, no qual A. Katok alcançou eminência.

A colaboração do A. Katok com seu ex-aluno Boris Hasselblatt resultou no livro "Introdução à Teoria Moderna dos Sistemas Dinâmicos", publicado pela Cambridge University Press em 1995. É considerado uma enciclopédia dos sistemas dinâmicos modernos e está entre as publicações mais citadas na área.

Ele morava no State College, na Pensilvânia, e era membro da American Mathematical Society e membro da Academia Americana de Artes e Ciências. Uma cadeira foi recentemente investida em seu nome no Departamento de Matemática da Penn State. Além disso, o Centro de Dinâmica e Geometria foi dotado e renomeado em sua homenagem.

### Professora Marinês Guerreiro

Aprender é um ato de esforço, dedicação, insistência e persistência que é recompensado pelo entendimento! A compreensão gera a vontade de aprender mais e de enfrentar novos desafios!

A Professora Marinês Guerreiro possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela UFSM (1988), mestrado em Matemática pela UnB (1991) e Ph. D. em Matemática pela University of Manchester (1997), Inglaterra. Ela iniciou seus trabalhos na UFV em agosto de 1991 como Auxiliar e é Professora Titular desde maio de 2014. A seguir, apresentamos uma entrevista feita com ela sobre sua área de pesquisa e pedimos opiniões para melhora do nível de pesquisa no departamento.

### (1) Antes da UFV, já trabalhou em outras universidades? Se sim, quais?

Resposta:

Não, minha carreira começou na UFV quinze dias antes da obtenção do grau de Mestre em Matemática.

# (2) Durante estes anos, quais funções acadêmicas você já assumiu na UFV? Qual o período de tempo em cada uma delas? Resposta:

Desde o meu ingresso no DMA-UFV, além das atividades de docência, fui designada para trabalhar em várias comissões e bancas de naturezas diversas e participei ativamente na organização de eventos.

Fui coordenadora do Curso de Matemática de 2001 a 2003 e membro da comissão coordenadora, por vários períodos. De 2005 a 2008, fui Chefe do Departamento de Matemática, quando foi criado o Programa de Pós-Graduação em Matemática(PPGM) da UFV. Fui membro da Comissão Coordenadora do PPGM em diversos períodos e docente do Programa desde o seu início, tendo orientado até o momento seis estudantes de mestrado. Participei também do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, o PROFMAT, tendo orientado cinco estudantes neste programa.

Atuei ativamente na Comissão do

CCE que discutiu o PDFA-UFV e na formatação do Projeto REUNI-UFV para as Licenciaturas. De novembro de 2008 a fevereiro de 2010, exerci o cargo de Pró-Reitora de Ensino da UFV.

Desde o início de minha carreira, sempre gostei de orientar estudantes de Iniciação Científica. Já foram mais de 50 projetos orientados ao longo desse tempo. Tenho muita satisfação em ver o sucesso de meus exorientados em suas carreiras.

### (3) Qual sua área de pesquisa? Resposta:

A área é Álgebra e já desenvolvi pesquisas sobre Grupos Algébricos e Álgebras de Lie e suas representações e atualmente o foco é em aplicações de estruturas algébricas à Teoria de Códigos Corretores de Erros.

## (4) Entre seus projetos de pesquisa quais acha mais importantes na sua opinião?

Resposta:

-Classificação de representações de grupos algébricos simples com estabilizadores de vetores de dimensão  $\geq 0$ . -Aplicações da Teoria de Álgebras de Grupo à Teoria de Códigos Corretores de Erros.

## (5) Qual sua opinião/sugestão para a melhoria do nível de pesquisa no DMA?

Resposta:

O ambiente de pesquisa no DMA melhorou nos últimos anos. Existem grupos de pesquisa internos, mas falta diversificação de temas e interação externa, principalmente com pesquisadores fortes de outros países. A captação de recursos externos por meio de projetos ainda é muito insipiente, considerando o número de docentes do PPGM.

## (6) Como podemos criar atrativos no DMA para melhorarmos nossa pesquisa?

Resposta:

Atrair pesquisadores sêniores ativos

em suas áreas, por meio de bolsas de Professor Visitante, por exemplo, poderia auxiliar os grupos a diversificar seus temas de pesquisa. Mais docentes realizando pós-doutorado em instituições de renome nacional e internacional, propiciaria mais oportunidades para intercâmbios de estudantes e interações com outros grupos de pesquisa. Ir além das montanhas locais e trazer o que está lá para cá!

## (7) Existe um grupo de pesquisa na sua área na UFV? Quando foi criado?

Resposta:

Sim, o grupo Álgebra e Matemática Aplicada, criado em 1996.

### (8) Quem são os membros? Resposta:

Além de mim, na Álgebra, os professores Abílio, Allan, Anderson Tiago, Bhavinkumar, Lia, Rogério e Sônia.

### (9) Qual a frequência de seminários ou reuniões do grupo? Resposta:

Esse grupo existe e a interação entre os membros , bem como os seminários, se dá pelos temas comuns de pesquisa.

# (10) Poderia nos dar uma explicação, sobre sua área, em 5 ou 10, linhas listando os principais focos e possíveis aplicações?

Resposta:

Representar estruturas algébricas significa, a grosso modo, trazer idéias abstratas para um contexto mais concreto. Representações de grupos algébricos e álgebras de Lie têm aplicações em muitos problemas da Física. É um tema muito interessante por envolver ferramentas algébricas diferentes. A Teoria de Códigos Corretores de Erros é a base da Tecnologia da Informação e utiliza desde Álgebra Linear até Teoria de Extensões de Corpos, além de várias estruturas algébricas em sua formulação e desenvolvimento. É uma área de pesquisa em plena atividade e evolução.

### Frases de Grandes Matemáticos:

A Álgebra é generosa; ela frequentemente dá mais do que aquilo que lhe é pedido.

-Jean le Rond D'Alembert

### Professora Pouya Mehdipour Balagafsheh

A Professora Pouya Mehdipour possui graduação em Matemática pela GU (Guilan University), Irã, mestrado em Matemática pelo IASBS (Institute for Advanced Studies in Basic Sciences), Irã, e D. Sc. em Matemática pela USP/ICMC (2014), Brasil. Ela iniciou seus trabalhos na UFV em maio de 2017, como Professor Adjunto A. A seguir, apresentamos uma entrevista feita com ela sobre sua área de pesquisa e pedimos opiniões para melhora do nível de pesquisa no departamento.

- (1) Antes da UFV, já trabalhou em outras universidades? Se sim, quais? Não.
- (2) Qual sua área de pesquisa? Sistemas Dinâmicos e Teoria Ergódica.
- (3) Entre seus projetos de pesquisa quais acha mais importantes na sua opinião?

Um dos últimos trabalhos com uma colega do Irã. Construímos uma ferradura Smale para endomorfismos e definimos um novo mapa de deslocamento local. Esperamos que isso possa ajudar na classificação de sistemas dinâmicos, como difeomorfismos locais.

## (4) Qual sua opinião/sugestão para a melhoria do nível de pesquisa no DMA?

Acredito que deveria haver mais seminários, pois, apesar de seguirmos áreas de pesquisas diferentes, a participação em seminários propiciam que façamos um contato de áreas distintas. E isso, como bem sabemos, pode expandir nossas linhas de pesquisa, em especial no nosso programa de pósgraduação. Tomara que melhoremos nossas colaborações de pesquisa no DMA.

### (5) Como podemos criar atrativos no DMA para melhorarmos nossa pesquisa?

Seminários em grupo e comunicação científica pode ajudar a criar atrativos. Como exemplo temos o Dia da Matemática, um projeto que a principio desejo que ocorra pelo menos uma vez por semestre. Este tem por objetivo fazer com que cada um dos membros do DMA, que trabalhe em pesquisa, se encontre e compartilhe ideias com outros colegas. Este projeto conta, e espero continuar com esse auxílio, com boa participação de nossos colegas na apresentação de trabalhos. Sempre acreditei que mesmo se não estivéssemos na área relacionada aos projetos / seminários, esses tipos de reuniões poderiam gradualmente criar interação científica entre nós e, de fato, com o Dia da Matemática, estamos criando tal ambiente.

- (6) Existe um grupo de pesquisa na sua área na UFV? em caso, Quem são os membros? Além de mim, os professores André, Alexandre, Walter, Enoch, Bulmer e Oscar.
- (7) Qual a frequência de seminários ou reuniões do grupo? Posso dizer que pelo uma vez por semestre. No momento eu trabalho com

o Prof. Walter num projeto relacionado a endomorfismos tipo Morse-Smale. A cada duas- três semanas nos encontramos e trabalhamos na pesquisa.

### (8) Poderia nos dar uma explicação, sobre sua área, em 5 ou 10, linhas listando os principais focos e possíveis aplicações?

No doutorado, ingressei na área de Sistemas Dinâmicos em que sempre tive interesse. Por sugestão do Prof. Ali Tahzibi, meu orientador de doutorado, comecei a estudar e trabalhar em sistemas dinâmicos do tipo caos determinística/endomorfismos. minha tese, fiz um estudo especial sobre medidas de SRB para endomorfismos não-uniformemente hiperbólicos. Nessa direção, tenho um projeto sobre unicidade de tais medidas em variedades Riemannianas compactas e sua ergodicidade estável. Além disso, desde 2016, comecei a trabalhar em um projeto para construir uma ferradura de Smale  $m \to 1$  para endomorfismo, em conjunto com a Profa. S. Lameie da Universidade de Guilan. Os resultados preliminares relacionados a este projeto serão apresentados no formato de um pôster no ICM-2018 e posso dizer que este projeto e outros projetos relacionados são meu foco principal de estudo. Sobre sua aplicação, posso dizer que sempre pensei em relacionar endomorfismos com o mundo dos sistemas neurais. Espero que um dia possamos ver as aplicações nesta área de estudo.■

#### Piadas Matemática:

Um matemático, um biólogo e um físico estão num café observando pessoas entrando e saindo de um casa. Primeiro eles observam que entraram duas pessoas. Só que passado pouco tempo reparam que saíram três pessoas.

O físico diz:

"A medição não foi exata".

O biólogo diz:

"Eles devem ter se reproduzido".

O matemático diz:

"Se mais uma pessoa entrar na casa, ela ficará vazia".

#### Frases de Grandes Matemáticos:

Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.

-N. Lobachevsky

### IV SEMAT- UFV



- No período de 21 a 24 de março de 2018, realizamos a IV Semana Acadêmica de Matemática do Campus-Viçosa da UFV com o tema "A Matemática potencializando o futuro". Ocorreram palestras, mesas redondas, minicursos, comunicações científicas, cinema, teatro e deliciosos momentos de conversa e descontração denominados Café com Arte. A adesão de nossos estudantes e professores foi expressiva totalizando mais de 230 inscritos. Contamos, também, com a participação de diferentes instituições -IFET Sudeste de Minas, UFJF, UFVJM, UFES, UFBA, UNESP/Rio Claro, UFRGS – além de nossos estudantes e professores da UFV-Florestal. Tivemos a alegria de receber professores da Educação Básica de Viçosa e professores visitantes de outras IES. Agradecemos o apoio de todos que colaboraram conosco. Não poderíamos deixar de registrar, também, nossos agradecimentos ao Coral da UFV que, sob a regência do Maestro Ciro Tabet, abrilhantou a sessão de encerramento do evento.
- Na foto 1: Professores compõem a mesa na abertura oficial do evento (acima à esquerda); os estudantes João, Felipe e Leonardo tocando (acima à direita); a Profa. Margareth com os participantes da mesa redonda C. F. Azevedo – Dep. de Estatística (UFV), P. C. Emiliano – Dep. de Estatística (UFV), R. P. Gonçalves - COLUNI (UFV), D. S. Monte-Mor - FUCAPE - ES (no centro, à esquerda); Prof. M. C. Borba da UNESP autografa livro (ao centro); Profa. C. Ripoll-UFRGS (no centro à direita); estudantes no minicurso da profa. Marli-UFV (abaixo èsquerda); R. C. Picanço - Dep. de Matemática (UFV), J. D. G. Hollerbach – Dep. de Educação (UFV), J. Moreira – Doutoranda UNICAMP, Profa. Marli -Dep. de Matemática (UFV)
- Na foto 2: Estudantes do DMA numa performance teatral inspirados em Malba Tahan (acima à esquerda); Profa. Marinês (acima à direita); estudante Hoechst tocando no Café com Arte (no centro à esquerda); Profa. Simone (ao centro); o maestro Ciro e o coral da UFV (no centro à direita); alguns dos organizadores do evento (abaixo à esquerda), foto do evento (abaixo à direita).

### NOTÍCIAS DO DMA

### Mestrado em Matemática

O Programa de Pós-Graduação do DMA-UFV, informa que no mês de Setembro de 2018 iniciarão as inscrições para o programa de Verão 2019 e o Mestrado Acadêmico em Matemática. Mais informações em:

http://www.dma.ufv.br

### Dia da Matemática Semana do Fazen-

O Departamento de Matemática da UFV pretende organizar Dia da Matemática III no próximo semestre com previsão de um minicurso sobre classificação de superfices compactas. iniciativa tem por intenção promover a interação científica no DMA.

### deiro

Entre os dias 14/07 e 20/07de 2018, a Profa. Marli Duffles do DMA e sua equipe apresentarão, por meio de atividades e brincadeiras para todas as idades, o projeto "As Proteínas fazem bem para Saúde". O projeto será desenvolvido no espaço da mini-fazenda.

### Nova Funcionária

Desde o dia 08/06/2018, o DMA conta com a atuação da assistente administrativa Betânia Morely de Paula Cota, na Secretaria do Departamento. Ela é natural de Rio Paranaíba. Desejamos boas-vindas à Betânia.

### Música e matemática

A matemática está presente em diversas situações cotidianas, desde o dinheiro que contamos até a música que ouvimos. Assim, a intenção aqui é restringir um pouco as aplicações e trabalhar acerca do conceito de campo harmônico.

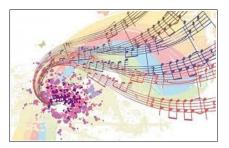


Foto: dsousa10.wordpress.com

#### Hoechst C. Silva,

O campo harmônico é uma sequência de acordes que provém de uma dada escala. Ele tem diversas utilidades, dentre as quais vamos destacar a principal que é determinar o tom da música. Sabendo o tom, conseguimos saber quais notas podemos usar em solos para que o som produzido seja agradável. Se tocarmos duas notas distintas simultaneamente, digamos de frequências 220Hz e  $R \cdot 220$  Hz, com R um número real positivo, o questionamento é: para quais números R tal sonoridade seria agradável? Uma resposta teórica interessante seria dizer que as duas frequências serão agradáveis (harmônicas) se a razão entre elas for um número inteiro. Porém, existem alguns números racionais que representam a razão entre as frequências de duas notas e, para grande parte da pessoas, soam de forma ruim, como  $\frac{1093}{826}$  e  $\frac{211}{198}$ . Uma explicação para tal fato é que uma nota é formada por ciclos no tempo(frequência) e quando tal fração resultante é tipo  $\frac{3}{2}$ , o nosso cérebro consegue identificar o padrão dos ciclos e, assim, o som ouvido é agradável, já no caso de  $\frac{1093}{826}$  e  $\frac{211}{198}$ , o nosso cérebro não identifica os padrões e por esse motivo o som não soa agradável. Neste sentido, dizemos que  $\frac{1093}{826}$  é um número mais "complicado" que  $\frac{3}{2}$ , por causa do tamanho do denominador. Dessa forma, podemos alterar a resposta inicial para frações com denominadores pequenos. Mas ainda assim não estamos completamente corretos, pois existem notas que soam muito bem juntas, apesar da razão de suas frequências ser um número irracional, desde que esse número esteja próximo a um racional não "complicado". Ao contrário

do que parece, isso é uma coisa boa, visto que vários instrumentos, como o piano, não são afinados usando razões racionais. Tal instrumento é afinado de modo que meio tom corresponde a multiplicar a nota anterior por  $\sqrt[12]{2}$ , que é irracional. Logo, podemos dizer que os números R procurados são aqueles cuja razão entre as notas seja um número racional com denominador pequeno ou esteja suficientemente próxima de um número racional desse tipo. O quão pequeno o denominador e quão próximo deve estar o irracional depende da apuração do ouvido da pessoa que escuta as notas.

#### Ouvido absoluto

Pessoas com ouvido absoluto podem identificar e/ou reproduzir qualquer nota musical sem ao menos terem um tom de referência. Assim, o cérebro de pessoas desse tipo é capaz de entender os ciclos dados por frações do tipo  $\frac{1093}{826}$  e  $\frac{211}{198}$ , ou seja, se a razão entre frequências for um número racional qualquer, o som gerado soará bem para essas pessoas, assim como se tal razão for um irracional suficientemente próximo de um desses racionais. Como os racionais são densos nos reais, estamos falando que provar esse fato se resume em conseguir cobrir o intervalo (0,1) com intervalos abertos, isto é, queremos que cada racional esteja dentro de um intervalo aberto. Para isso, poderíamos usar o próprio intervalo (0,1), porém o desafio aqui é determinar tal cobertura de modo que a soma dos comprimentos dos intervalos seja estritamente menor que 1. Para realizar tal tarefa, primeiro devemos enumerar os números racionais entre 0 e 1, ou seja, vamos organizá-los em uma lista infinita, da seguinte forma:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6} \dots$$

Assim, cada número racional aparecerá exatamente uma vez na lista. Agora para garantir que cada número racional seja coberto, vamos especificar um intervalo para cada número racional. Para tal, basta tomar a série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\epsilon}{2^n}.$$

Vale observar que tal série converge para  $\epsilon$ , com  $\epsilon$  um número positivo suficientemente pequeno. Daí, devemos ajustar os intervalos de forma que o comprimento do n-ésimo intervalo coincida com o n-ésimo termo da soma. Assim, a soma infinita dos comprimentos dos intervalos da cobertura se aproxima de  $0 < \epsilon < 1$ , ou seja, construímos uma cobertura do intervalo (0,1) de forma que a soma dos intervalos da cobertura seja estritamente menor que 1. Dessa forma, pessoas com o ouvido absoluto podem determinar precisamente quais notas fazem parte de um dado campo harmônico instantaneamente, mesmo sem ouvir a nota ou os acordes do campo harmônico já que, como vimos, essas pessoas são capazes de compreender e distinguir quaisquer combinações de notas musicais até mesmo aquelas razões mais "complicadas". Vale observar que tal fato é realmente surpreendente, pois na construção acima, se considerarmos  $\epsilon = 0.3$  e escolhermos um número entre 0 e 1, temos 70% de chance deste número estar fora dos intervalos centrados nos racionais, ou seja, tais números são extremamente raros. Se tomarmos um  $\epsilon$  menor, por exemplo  $\epsilon = 0,01$ , e transladarmos o problema para o intervalo (1, 2), vemos que apenas 1% dos números estão dentro dos intervalos da cobertura, isto é, apenas 1% dos números entre 1 e 2 soam bem com uma nota dada. Uma curiosidade é que após descobrirmos quais razões soam bem ou não e essa porcentagem de valores que soam bem dentro de um intervalo, para um  $\epsilon$  dado, conseguimos explicar por que temos exatamente 12 notas na escala cromática. Tal convenção decorre do fato de que as 12-ésimas raízes das potências de 2 têm a tendência de estarem próximas aos números racionais com denominadores pequenos, com menos de 1% de erro. ■

### Hipótese de Riemann

Pesquisadores de Física-Matemática descobriram funções que podem facilitar a solução da hipótese de Riemann. Se os resultados pudessem ser rigorosamente verificados, então, finalmente, provariam o Problema que vale um prêmio milionário de US\$ 1.000.000 do Clay Mathematics Institute.

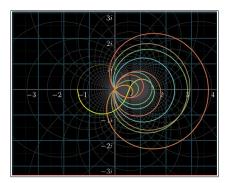


Foto:Pinterest.com.au

#### Igor S. Reis,

Enquanto a hipótese de Riemann remonta a 1859, nos últimos 100 anos, os matemáticos têm tentado encontrar uma função de operador como a que foi descoberta aqui, pois ela é considerada um passo fundamental na prova.

"Para nosso conhecimento, esta é a primeira vez que um operador explícito - e talvez surpreendentemente relativamente simples - foi identificado cujos autovalores ('soluções' na terminologia da matriz) correspondem exatamente aos zeros não triviais da função zeta de Riemann," Dorje Brody, um físico-matemático da Brunel University London e coautor do novo estudo, disse à Phys.org.

O que ainda precisa ser comprovado é o segundo passo fundamental: que todos os autovalores são números reais e não imaginários. Se o trabalho futuro puder provar isso, ele finalmente provaria a hipótese de Riemann.

Brody e seus coautores, os físicosmatemáticos Carl Bender, da Universidade de Washington, em St. Louis, e Markus Müller, da University of Western Ontario, publicaram seu trabalho em uma edição 2017 da Physical Review Letters.

### Espaçamento de primos:

A hipótese de Riemann é tão forte porque está profundamente ligada à Teoria dos Números e, em particular, aos números primos. Em seu artigo de 1859, o matemático alemão Bernhard Riemann investigou a distribuição dos números primos - ou, mais precisamente, o problema "dado um inteiro

N, quantos números primos existem menores que N?"

Riemann conjeturou que a distribuição dos números primos menores que N está relacionada aos zeros não triviais (zeros triviais acontecem para pares negativos) do que é agora chamado de função zeta de Riemann,  $\zeta(s)$ . A equação funcional do Riemann é:

$$\zeta(s) = 2^s \, \pi^s \sin(\frac{\pi \, s}{2}) \Gamma(1-s) \zeta(1-s),$$

onde

$$\Gamma(s) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^s \frac{dx}{x};$$

$$\zeta(s) = \frac{1}{\Gamma} \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x - 1} x^s \frac{dx}{x}.$$

A hipótese de Riemann era que todos os zeros não triviais se encontram ao longo de uma única linha vertical  $(\frac{1}{2}+it)$  no plano complexo significando que seu componente real é sempre  $\frac{1}{2}$ , enquanto seu componente imaginário varia conforme você sobe e desce a linha.

Nos últimos 150 anos, os matemáticos encontraram literalmente trilhões de zeros não triviais, e todos eles têm um componente real de  $\frac{1}{2}$ , exatamente como Riemann pensou. Acredita-se que a hipótese de Riemann é verdadeira e muitos trabalhos foram feitos com base nessa suposição. No entanto, apesar dos esforços intensivos, a hipótese de Riemann de que todos os infinitos zeros estão nessa única linha ainda não foi provada.

#### Soluções idênticas:

Uma das pistas mais úteis para provar a hipótese de Riemann veio da teoria da função, que revela que os valores da parte imaginária, t, em que a função desaparece, são números discretos. Isto sugere que os zeros não triviais formam um conjunto de números reais e discretos, que é exatamente como os autovalores de outra função chamada operador diferencial, que é amplamente utilizado na Física.

No início dos anos 1900, essa similaridade levou alguns matemáticos

a perguntar se realmente existe um operador diferencial cujos autovalores correspondem exatamente aos zeros não triviais da função zeta de Riemann. Hoje essa idéia é chamada de conjectura de Hilbert-Pólya, em homenagem a David Hilbert e George Pólya apesar do fato de que nenhum deles publicou nada sobre isso.

"Como não há publicação de Hilbert ou Pólya, a afirmação exata do programa de Hilbert-Pólya está sujeita, até certo ponto, à interpretação, mas provavelmente não é insensato dizer que consiste em duas etapas:

- (a) encontrar um operador cujo autovalores correspondem aos zeros não triviais da função zeta de Riemann e
- (b) determinam se os autovalores são reais," disse Brody.

"O foco principal do nosso trabalho até agora foi o passo (a)", disse ele. "Estamos apenas começando a pensar sobre o passo (b) e, de fato, como enfrentar esse desafio. Se será difícil ou fácil preencher os passos que faltam para o passo (b), neste ponto não podemos especular é necessário mais trabalho para obter uma melhor percepção quanto à escala de dificuldade envolvida."

### O operador:

Uma das coisas interessantes sobre o operador recém-descoberto é que ele tem laços estreitos com a Física Quântica. Em 1999, quando os físicos-matemáticos Michael Berry e Jonathan Keating estavam investigando a conjectura de Hilbert-Pólya, eles fizeram outra conjectura importante. Se um tal operador existisse, eles disseram, então deveria corresponder a um sistema quântico teórico com propriedades particulares. Isso agora é chamado de conjectura de Berry-Keating. Mas ninguém jamais encontrou tal sistema antes, e esse é um segundo aspecto importante do novo trabalho.

"Nós identificamos uma condição de quantização para o Hamiltoniano

de Berry-Keating, essencialmente verificando a validade da conjectura de Berry-Keating", disse Brody.

Hamiltonianos são frequentemente usados para descrever a energia de sistemas físicos. O novo operador, no entanto, não parece descrever nenhum sistema físico, mas sim uma função puramente matemática.

"Pode ser decepcionante, mas tal hamiltoniano não parece representar sistemas físicos de maneira óbvia; ou pelo menos até agora não encontramos nenhuma indicação de que nosso hamiltoniano corresponde a qualquer sistema físico", disse Brody.

Mas pode-se perguntar por que publicar na PRL? A resposta é porque muitas das técnicas usadas para alguma análise heurística em nosso trabalho que são sugestivas são emprestadas das técnicas da teoria quântica simétrica de PT pseudo-hermitiana, desenvolvida nos últimos 15 anos ou mais. A compreensão convencional da conjectura de Hilbert-Pólya é que o operador (hamiltoniano) deveria ser hermitiano, e naturalmente

vincula isso à Teoria Quântica, segundo a qual os hamiltonianos são convencionalmente exigidos como hermitianos. Estamos propondo uma forma pseudo-hermitiana do problema Hilbert-Pólya, que para nós parece valer a pena explorar mais.

#### Soluções Reais:

Agora, o maior desafio que resta é mostrar que os autovalores do operador são números reais. Em geral, os pesquisadores estão otimistas de que os autovalores sejam realmente reais e, em seu artigo, eles apresentam um forte argumento para isso com base na simetria do PT, um conceito da Física Quântica. Basicamente, a simetria PT diz que você pode alterar os sinais de todos os quatro componentes do espaço-tempo (três dimensões de espaço ou "paridade" e uma dimensão de tempo) e, se o sistema for PT simétrico, o resultado será o mesmo como o original.

Embora a natureza em geral não seja simétrica ao PT, o operador que os físicos construíram é simétrico. Mas, agora os pesquisadores querem mostrar que essa simetria é quebrada. Como eles explicam em seu artigo, se pode ser mostrado que a simetria do TP é quebrada para a parte imaginária do operador, então segue que os autovalores são todos números reais, o que finalmente constituiria a prova há muito tempo esperada da hipótese de Riemann.

"O que temos explorado até agora contém poucas idéias relacionadas à Teoria de Números; ao passo que poderíamos esperar que, dada a sua importância na Teoria de Números, certamente qualquer tentativa que fizesse sucesso no estabelecimento da hipótese de Riemann oferecesse pontos de vista teóricos", disse Brody. "É claro que não é necessário que isso aconteça, no entanto, seria interessante investigar se algum dos aspectos dinâmicos do sistema hipotético descrito pelo nosso Hamiltoniano poderia estar ligado a certos resultados teóricos dos números. A esse respeito, a análise clássica em nosso Hamiltoniano seria um dos próximos objetivos".■

### Desafios Matemáticos

### André Junqueira

Quase todo mundo já ouviu falar no Sudoku, um jogo numérico criado pelo arquiteto aposentado Howard Garns e que começou a ser publicado nos Estados Unidos no final dos anos 70 e que, desde então, invadiu revistas, jornais e sites do mundo inteiro. Mas o que pouca gente sabe é que esse jogo é apenas uma variação simplificada de um passatempo matemático milenar que já desafiou vários matemáticos famosos e que é conhecido como quadrado máqico.

Um quadrado mágico é uma matriz  $n \times n$  na qual devemos colocar nas entradas os números naturais entre 1 e  $n^2$  (sem repetição) e de tal modo que a soma dos elementos numa mesma li-

nha, coluna e diagonal seja constante. Tal constante é dita constante mágica e é dada por  $\frac{n(n^2+1)}{2}$ . Quadrados mágicos eram comuns na cultura chinesa, onde reza a lenda que uma tartaruga foi vista num rio com um quadrado mágico  $3\times 3$  desenhado em seu casco. Um quadrado mágico  $3\times 3$  datado de 2800 a.C. foi encontrado na China e numa notação moderna tem o seguinte aspecto:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Um misterioso quadrado mágico foi usado pelo pintor alemão Albrecht

Durer, um dos pioneiros no estudo da perspectiva, na gravura Melancolia, de 1514. É um quadrado mágico  $4 \times 4$  que tem a curiosidade de que também podemos obter a constante mágica ao somarmos as quatro entradas centrais e as quatro entradas das quinas.

Para quem deseja se aprofundar mais nesse tema dos quadrados mágicos, sugerimos a leitura do excelente livro de W. S. Andrews, que está nas referências bibliográficas. Nesta edição, o desafio para o leitor será descobrir o quadrado mágico  $4\times 4$  que foi usado na gravura Melancolia. Na próxima edição divulgaremos a resposta.

### Referências:

- 1-https://ru-clip.com/video/cyW5z-M2yzw/music-and-measure-theory.html
- $2-\ https://phys.org/news/2017-04-insight-math-million-dollar-problem-riemann.html$
- 3-http://pt.brasilia.mfa.ir/index.aspx?fkeyid=&siteid=424&pageid=5614&newsview=467619

**Agradecimento:** Agradecemos o apoio de todos(as) os(as) colegas que participaram desta versão do Jornal, Comissão do JMAT do DMA e, em especial, à Profa. Marinês Guerreiro que nos auxiliou na edição final.